



**Simpósio de Métodos  
Numéricos em Engenharia**

**25 a 27 de outubro, 2017**

# Análise do método SPH via modelo de ruptura de barragem

*Neylan Leal Dias, Messias Meneguette Jr*

Programa de Pós-Graduação em Mat. Aplicada e Computacional - PósMac  
FCT/Unesp  
Presidente Prudente - SP, Brasil  
neylanmatematico@gmail.com, messias@fct.unesp.br

Carlos Alberto D. F. Filho

Dep. de Eng. Mecânica  
IFES  
Vitória-ES  
cadff1@gmail.com

**Resumo**—Neste trabalho é utilizado o método SPH que é lagrangiano e sem malha. Por meio do modelo ruptura de barragem e o software *SPHysics*, uma análise de aspectos importantes do método SPH é desenvolvida. É sabido que as principais dificuldades deste método estão relacionadas com a ordem de consistência, tratamento de fronteiras e comportamento do escoamento. O método SPH é apresentado para o problema de ruptura de barragem e comparações são efetuadas para o caso de fronteiras periódicas, uso de viscosidade artificial, renormalização da massa específica e filtragem para a recuperação da ordem linear por meio do *moving least square (MLS)*. Os resultados mostram melhoria do SPH quando há tratamento específico dos aspectos considerados fragilidades do método original.

**Palavras-chave**—SPH, MLS, Viscosidade Artificial e *Dam-Break*

## I. INTRODUÇÃO

O estudo de métodos numéricos para a solução de equações diferenciais parciais continua importante para diversas áreas das engenharias e ciências exatas. Os métodos numéricos mais utilizados são os baseados em malhas estruturadas e também naquelas que se adaptam à geometria dos problemas, como aqueles que empregam malhas não estruturadas, como Diferenças Finitas, Volumes Finitos e Elementos Finitos (Fig.1). Entretanto, apresentam limitações, não conduzindo a boas soluções, ou requerem grande custo computacional, quando os problemas envolvem geometrias complexas, grande deformações, fronteiras deformáveis e superfícies livres.

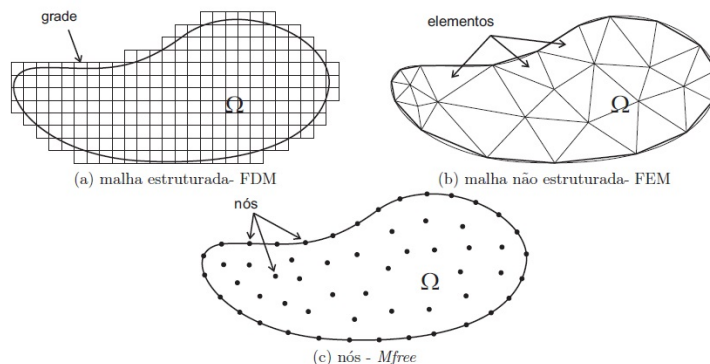


Figura 1: Diferentes tipos de discretizações [2].

Uma alternativa empregada para a obtenção de soluções para as equações diferenciais, naquelas classes de problemas, são os métodos lagrangianos de partículas sem malhas (*meshfree*). Estes consideram a influência exercida por partículas vizinhas, dentro de um domínio de influência, sobre uma partícula de referência (fixa). Um dos métodos lagrangianos sem malha mais empregado é o *Smoothed Particle Hydrodynamics (SPH)* [1].

## II. MÉTODO *SMOOTHED PARTICLE HYDRODYNAMICS*

Trata-se de um método baseado na representação integral de uma função. Em qualquer campo escalar  $u$  em um domínio  $\Omega \subseteq \mathbb{R}$ , a partir

da definição da função delta de Dirac  $\delta$ , é possível escrever (Eq.(1)): esta é a formulação básica do SPH. A partir disso, aproxima-se  $\delta(x - y)$  por meio de funções-núcleo suaves e compactas,  $W$ ,

$$u(x) = \int_{\Omega} u(y)W(x - y, h)d\Omega, \quad (1)$$

onde  $h$  é o comprimento de suavização,  $dy$  elemento infinitesimal para esta posição e a aproximação será mais precisa quando  $h \rightarrow 0$ .

Em termos físicos o domínio  $\Omega$  representa o corpo do fluido, que será discretizado por um conjunto finito de partículas com massas  $m_i$  e massas específicas  $\rho_i$ . E, ainda,  $\nabla V_i$  é o volume da partícula, de forma que, para cada elemento lagrangiano,  $\nabla V_i = \frac{m_i}{\rho_i}$ . A interpolação padrão do SPH é definida da forma apresentada a seguir, Eq.(2):

$$\langle u(x_i) \rangle = \sum_{j=1}^n u(x_j)W(x_j - x_i, h)\frac{m_j}{\rho_j} \quad (2)$$

onde:

$u(x_i)$  é a aproximação SPH,

$u(x_j)$  é a magnitude da propriedade da partícula de referência ( $j$ ),  $x_i$  e  $x_j$  são as posições das partículas fixa e vizinha, respectivamente,  $n$  é o número de partículas vizinhas no interior do domínio de influência.

### III. CONDIÇÕES

A seguir apresentaremos a função núcleo, condição de fronteira, viscosidade e filtro de densidade que foram aplicados na simulação presente.

#### A. Núcleo

A eficiência dos cálculos e a precisão das soluções SPH estão diretamente relacionados com o comprimento do raio de suporte. Além disso é necessário que o domínio de influência ( $kh$ ) possua um número satisfatório de partículas. Este necessita obedecer algumas propriedades importantes, dentre elas ser um suporte compacto, ou seja,

$$W(x - y, h) = 0, \text{ quando } |x - y| > kh. \quad (3)$$

Na Figura (2) tem-se um exemplo do domínio de influência para o caso 2D, com raio de suavização é limitado em  $2h$ , ou seja quando  $k = 2$ .

Neste trabalho, será utilizado o núcleo de Wendland:

$$W(q) = \alpha_d \begin{cases} \frac{7}{4\pi} (1 - \frac{q}{2})^2 (2q + 1), & \text{se } q \leq 2, \\ 0, & \text{se } q > 2. \end{cases}$$

onde:

$$q = \frac{x_i - x_j}{h}, \alpha_d = 7/(4\pi h^2) \text{ em 2D e } 21/(16\pi h^3) \text{ em 3D.}$$

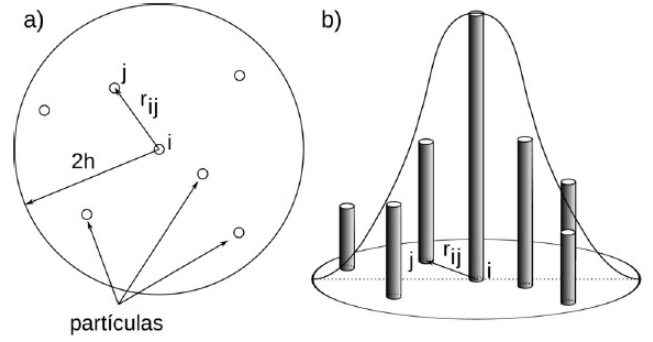


Figura 2: À esquerda, o raio de ação da função  $W$  e à direita os valores da grandeza interpolados, representados pelas barras verticais cuja altura é proporcional ao inverso da distância  $r_{ij}$  [2].

#### B. Condição de Fronteira

Utilizou-se a condição de repulsão na fronteira, desenvolvida por Monaghan (1994), a qual garante que uma partícula de água nunca possa atravessar um limite sólido.

Na figura (3) é mostrada o caso bidimensional (a) e o caso tridimensional (b).

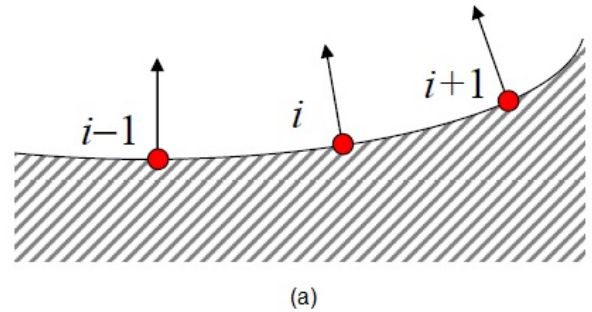
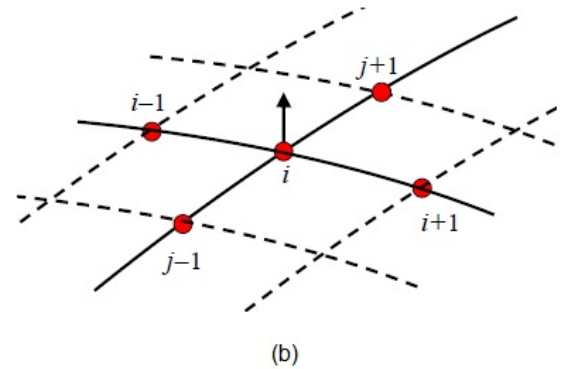


Figura 3: Condição de Repulsão [5].

### C. Viscosidade Artificial

A viscosidade artificial controla as oscilações espúrias nas soluções com descontinuidade, assim compensa as oscilações não físicas nas respostas numéricas da pressão aprimorando a difusão nos ruídos e a dissipação de energia. No problema de ruptura de barragem a viscosidade artificial elimina os problemas de oscilações excessivas da frente da onda de choque.

### D. Filtro de Densidade

As partículas no SPH podem sofrer grandes variações de pressão, principalmente nas proximidades das fronteiras e da superfície livre. Utilizando filtro nas massas específicas das partículas (a partir das massas específicas das vizinhas), consegue-se suavizar computacionalmente as flutuações de pressão, reiniciando estas propriedades em um intervalo definido de iterações.

O filtro mais utilizado devido seu baixo custo computacional é o de Shepard, que possui uma consistência de ordem zero, entretanto a baixa ordem de consistência pode fazer com que as funções de Shepard falhem ao tentar solucionar problemas mais complexos (Fries and Matthies, 2004). Assim o filtro de densidade utilizado será o de ordem linear *Moving Least Squares* (MLS) [4] que no caso 2D é dado por:

$$W_{ij}^{\text{MLS}} = [\beta_0(x_i) + \beta_{1x}(x_i)(x_i - x_j) + \beta_{1z}(x_i)(z_i - z_j)]W_{ij} \quad (4)$$

onde a correção do vetor  $\beta$  é dado por

$$\beta(x_i) = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_{1x} \\ \beta_{1z} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Nota-se que a aplicação do interpolador MLS, exige a solução de um sistema linear, em que a matriz dos coeficientes  $A^{-1}$  pode ser singular, devido a falta de vizinhos. Assim, faz-se uma verificação da possibilidade de redução da matriz, para uma submatriz com determinante não nulo, como uma propriedade de envelopamento da matriz dos coeficientes, uma das características do interpolador MLS.

## IV. APLICAÇÃO

Barragens estão sujeitas às ocorrências de rupturas variadas, dentre elas falhas regionais do maciço, e seu rompimento ocorre em um período muito curto de tempo, gerando uma vazão de grandes proporções. Assim o estudo de modelos matemáticos deste fenômeno são importantes mesmo em situações hipotéticas, devido aos danos potenciais que podem ser causados.

A ruptura de Barragens é governada pelas equações de conservação da massa e do *momentum*:

$$\frac{D\rho}{Dt} = \rho \nabla \cdot \vec{v} = 0. \quad (5)$$

$$\frac{D\vec{v}}{Dt} = -\frac{\nabla P}{\rho} + \nu \nabla^2 \vec{v} + \vec{g} \quad (6)$$

onde:

$\vec{v}$  é a velocidade,  $t$  é o tempo,  $\nu$  é a viscosidade cinemática e  $\vec{g}$  é a gravidade. A massa de fluido com uma configuração retangular inicial  $H_0 = 2m$  de altura e  $1m$  de largura é deixada livre para fluir dentro de uma caixa de medidas  $4m \times 4m$  como na Figura (4).

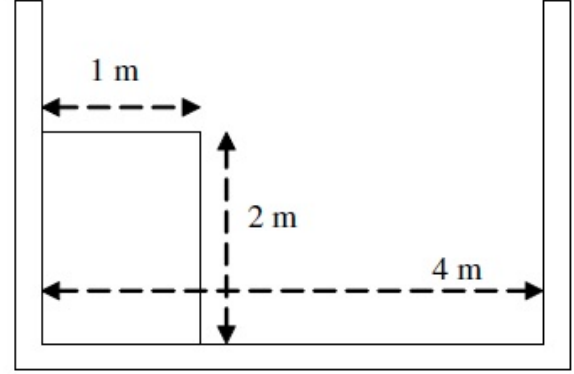


Figura 4: Configuração inicial do tanque

As simulações serão efetuadas usando o software *SPHysics*. *SPHysics* é um código livre de hidrodinâmica de partículas suavizadas (SPH) inspirado na formulação de [1]. É uma colaboração conjunta entre vários pesquisadores da Universidade Johns Hopkins (EUA), da Universidade de Vigo (Espanha), da Universidade de Manchester (U.K.) e da Universidade de Roma La Sapienza (Itália). O código *SPHysics* pode simular vários fenômenos, incluindo quebra de onda, barragens, objetos deslizantes, impacto de onda em uma estrutura, etc.

O modelo foi colocado em forma modular e uma variedade de recursos estão disponíveis para escolher diferentes opções de compilação. Neste trabalho será usado a viscosidade artificial, com a renormalização da massa específica utilizando o filtro MLS, com reinicialização a cada 30 iterações.

A seguir é apresentado resultado para os tempos 0.1, 0.73 e 1.50 segundos respectivamente.

## V. CONCLUSÕES

Analisando os resultados de frente de onda e altura atingidas, dispostos nas figuras (5),(6) e (7), verificou-se que estes possuem coerência quando comparados com testes experimentais e com trabalhos recentes como [3], comprovando a eficiência do método para o problema estudado. Pretende-se efetuar um estudo com relação ao campo de pressões em trabalhos futuros.

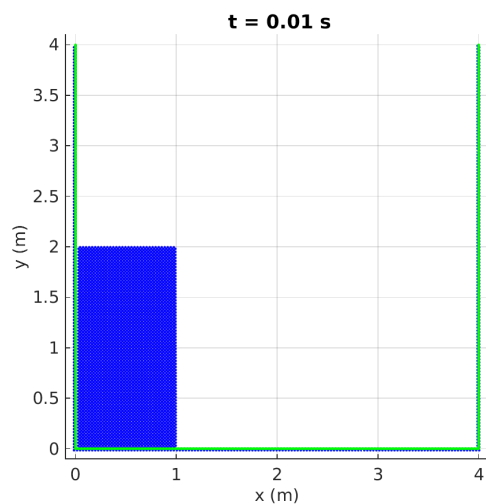


Figura 5: Frente de onda no instante 0,1 s

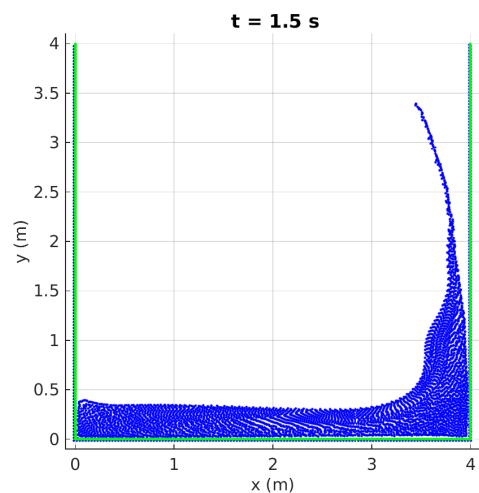


Figura 7: Altura atingida pela onda no instante 1,50 s

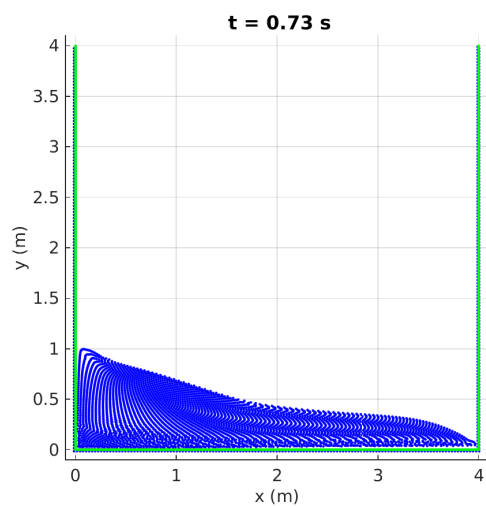


Figura 6: Frente de onda no instante 0,73 s

- [5] GomezGesteira, M.; Rogers, B.D., Crespo A.J.C., Dalrymple R.A., Narayanaswamy M. *User Guide for SPPhysics Code*(2010). Disponível em: < [https://wiki.manchester.ac.uk/sphysics/images/SPPhysics\\_v2.2.00\\_GUIDE.pdf](https://wiki.manchester.ac.uk/sphysics/images/SPPhysics_v2.2.00_GUIDE.pdf) > Acesso em: 10 setembro 2017.

#### AGRADECIMENTOS

O primeiro autor agradece à CAPES-PICME pela bolsa de Mestrado.

#### REFERÊNCIAS

- [1] Monaghan, J.J. *Smoothed particle hydrodynamics*(1992). Rev. Astron. Apli. 30, 543-574.  
 [2] Fonseca, R.A. *Algoritmos Eficientes em Métodos sem Malha*. Tese, UFMG, Minas Gerais, Março 2011.  
 [3] Fraga Filho, C. A. D. *Estudo da fase gravitacional-inercial do espalhamento de óleo em mar calmo empregando o método lagrangiano de partículas smoothed particle hydrodynamics*. Tese, UFES, Vitória, Dezembro 2014.  
 [4] Colagrossi, A.; Landrini, M. *Numerical of interfacial flows by smoothed particle hydrodynamics*(2003). J. Comp. Phys. 191, 448-475.