



**Simpósio de Métodos  
Numéricos em Engenharia**

**25 a 27 de outubro, 2017**

# *Uma proposta taxonômica para o Problema de Roteamento Periódico e Capacitado em Arcos*

Guilherme Vinicyus Batista, Cassius Tadeu Scarpin, José Eduardo Pécora Jr.

Universidade Federal do Paraná – Programa de Pós Graduação em Métodos Numéricos em Engenharia  
GTAO – Grupo de Tecnologia Aplicada à Otimização  
Curitiba, Brasil

**Resumo**— Este artigo descreve aspectos do Problema de Roteamento Periódico e Capacitado em Arcos, *Periodic Capacitated Arc Routing Problem (PCARP)*. Esses aspectos são utilizados para classificação de 19 artigos por meio de uma proposta taxonômica que considera características físicas, foco aplicável ou teórico e abordagem resolutiva. O PCARP é um problema de roteamento em arcos envolvendo um horizonte de tempo no qual um ou mais veículos devem atender as demandas periódicas de cada arco sem exceder suas capacidades. A possibilidade de aplicação a diversos contextos da diferentes características para cada pesquisa. A classificação desses estudos é algo necessário e que facilita a compreensão do tema e a observação de lacunas para o desenvolvimento de novas abordagens.

**Palavras-chave**—PCARP; Classificação; Taxonomia;

## I. INTRODUÇÃO

Os Problemas de Roteamento em Arcos (PRA) têm grande aplicabilidade e são muito estudados. Eles consistem na definição de rotas que têm como objetivo cobrir ruas, rodovias, ferrovias, vias em geral as quais dentro de um modelo são representadas por arcos em um grafo. Em 1981 [1], Golden e Wong apresentaram o Problema de Roteamento Capacitado em Arcos, do inglês *Capacitated Arc Routing Problem (CARP)*. Nesse problema, veículos de capacidade limitada devem percorrer suas rotas fazendo coletas ou entregas sem exceder sua capacidade. Em 1995, o CARP foi considerado o problema mais importante de

roteamento em arcos [2] abrangendo apenas as decisões de nível operacional.

O Problema de Roteamento Periódico e Capacitado em Arcos, *Periodic Capacitated Arc Routing Problem (PCARP)*, é uma extensão do CARP para múltiplos períodos. Nele, tanto decisões estratégicas, quanto táticas e operacionais podem ser tomadas. Aplicações do PCARP são encontradas quanto trata-se, por exemplo, de: coleta de lixo [3], remoção de neve em países com inverno rigoroso, aplicação de herbicidas em ferrovias, entrega de correspondências, inspeção de linhas elétricas, monitoramento, inspeção e manutenção de rodovias [4], [5] e ferrovias [6], irrigação de estradas não pavimentadas em minas ao céu aberto [7]–[9], inspeção de encanamentos, irrigação de árvores na beira de estradas [10].

O objetivo geral desse artigo é classificar os trabalhos que tratam a respeito do PCARP. O problema começou a ser tratado em 2002, então a quantidade de publicações não tem o mesmo volume que os problemas clássicos de roteirização em nós, mesmo assim, é possível perceber que, com o decorrer do tempo, mais aplicações vêm sendo feitas e variantes do problema vêm sendo criadas. Com a classificação, é possível verificar quais são as abordagens mais utilizadas, as variações que podem compor um problema e as lacunas não exploradas que a literatura dispõe. Para isso, é feita uma proposta de classificação taxonômica para o PCARP que engloba características físicas de cada problema assim como seu foco e abordagem resolutiva.

Na próxima seção é apresentado um levantamento bibliográfico com a evolução, aplicações e contribuições dos trabalhos envolvendo o PCARP. As principais características do problema estão listadas e explicadas dentro da proposta taxonômica no Capítulo III. A classificação dos trabalhos está no Capítulo IV e logo em seguida estão as conclusões no Capítulo V.

## II. REVISÃO DA LITERATURA

Para decisões que são tomadas diariamente, o CARP é muito utilizado e eficaz. Porém, quando é necessário abordar problemas que vão além do nível operacional, sendo ele o nível tático ou estratégico, o CARP deixa a desejar. Trabalhar com um horizonte de tempo maior implica em problemas mais complexos de serem resolvidos. Nas primeiras vezes que o PCARP foi abordado [11], [12] ele foi chamado de *arc routing planning problem*, problema de planejamento em roteamento em arcos. Recebeu esse nome por fazer uma correspondência com o problema de planejamento da produção, o qual decisões táticas são tomadas. O PCARP pode ser visto como uma extensão natural do CARP, representando melhor muitas realidades por conciliar decisões de diferentes níveis. Até mesmo a decisão da localização de um depósito já foi incorporada ao PCARP em [8], alcançando o nível estratégico de decisão.

O PCARP pode ser definido como: um problema de roteamento em arcos envolvendo um horizonte de tempo composto por mais de um período, sendo que esses períodos podem ser formados por qualquer fração temporal. Um ou mais veículos ao fazerem suas rotas devem executar da melhor maneira possível as tarefas que estão associadas a cada arco sem exceder sua capacidade e respeitando as frequências exigidas. Alguns autores ressaltam a importância dos veículos terem um aproveitamento máximo de seu esforço/capacidade [7]. É um problema considerado NP-Hard por englobar o CARP. Além disso, é necessário resolver um problema de alocação e definir os dias em que os arcos devem ser servidos [13].

Sem dúvida, o PCARP teve seu crescimento e desenvolvimento baseado em aplicações. Os trabalhos pioneiros [3], [11], [12], [14]–[16], têm como principal objetivo a apresentação do PCARP em uma forma geral. Eles mostram aplicações ao problema de inspeção de linhas elétricas, despejar de herbicidas em ferrovias, remoção de neve em rodovias e dão um destaque especial para o problema da coleta de lixo. Isso, talvez, pela fácil associação de alguns conceitos: ruas são associadas a arcos, cruzamentos a nós, frequência ao número de coletas na semana, demanda a quantidade de lixo, capacidade dos veículos a máxima quantidade de lixo que cabe em um caminhão. A decisão tática é dada pela escolha de uma frequência para cada rua com demanda, seguida então pela decisão operacional na formação de rotas diárias [3].

Os primeiros modelos matemáticos foram apresentados em 2004 [14] e 2005 [15] e suas primeiras resoluções utilizaram-se de algoritmos evolutivos: Algoritmo Memético [3] e *Scatter Search* [16]. Outro trabalho pioneiro

e basicamente teórico foi publicado em 2005 [17], o qual foi chamado de Problema do Carteiro Rural Periódico.

O contexto de vigilância, monitoramento e manutenção de rodovias é introduzido em [5] dando origem ao PCARP com serviços irregulares [4] cuja resolução é feita por meio de heurística baseada em duas fases, primeiramente agrupamento e em seguida roteirização. Dentro do contexto de monitoramento também encontram-se a inspeção e manutenção de ferrovias em [6], [18] e [19]. O PCARP envolvendo restrições de estoque, é uma valiosa aplicação apresentada em [7]–[9], essa problemática tem foco no problema de irrigação em minas ao céu aberto, reduzindo custos com transporte e atrasos. A irrigação de árvores na beira de estradas é chamada de Problema de Roteamento em Arcos Periódico com Pontos de Refil em [10]. Vale ressaltar que muitos desses trabalhos são pioneiros, contam com geração de instâncias, modelagens matemáticas ou aplicação em dados reais.

Todos os trabalhos citam aplicações, porém alguns tem como foco principal o desenvolvimento de técnicas de resolução. É o caso da aplicação de um Algoritmo de Colônia de Formigas em [20] considerando um PCARP com grafo misto, Algoritmos Meméticos em [13], [21].

Ao melhor do nosso conhecimento, nenhuma proposta taxonômica foi feita para o PCARP. Apenas uma simples classificação foi proposta em revista em [3], sendo que essa classificação já havia sido abordada previamente em conferências [11], [22]. Mais tarde essa classificação foi incrementada com a classificação de serviços irregulares e regulares em [4], porém se faz necessário abordar mais aspectos diante de tantas pesquisas. A classificação taxonômica dos trabalhos é algo recorrente na abordagem de outros temas de Pesquisa Operacional e inclusive quando se trata de roteamento de veículos. Como no caso do *Inventory Routing Problem* [23], [24], do *Location Routing Problem* [25] e do Problemas de Roteamento de Veículos [26].

## III. PROPOSTA TAXONÔMICA

Para o estudo em questão, foi feita uma busca nos portais de pesquisa Web-of-science e Scopus, com as palavras chave: Periodic Capacitated Arc Routing Problem e Periodic Arc Routing. Após um processo de filtragem dos artigos, que consistiu em verificar se o assunto abordado estava relacionada com a pesquisa aqui proposta, foram encontrados 12 artigos. A partir desses, foram levantadas suas referências bibliográficas que tratam do assunto e encontrados outros 5 trabalhos que não estavam na base de dados. Verificou-se também que existem outros artigos publicados em anais de congresso que não estão acessíveis e não fazem parte dessa análise. Além desses trabalhos, outros 2 artigos publicados em revistas que foram desenvolvidos pelos autores entraram na análise. Os artigos abordados nessa análise foram: Riquelme-Rodríguez, Gamache, Langevin, 2016 [8]; Riquelme-Rodríguez, Gamache, Langevin, 2014a [7]; Riquelme-Rodríguez, Gamache, Langevin, 2014b [9]; Huang, Lin, 2014 [10]; Monroy, Amaya, Langevin, 2013 [4]; Mei Et Al., 2011 [21]; Chu, Labadi, Prins, 2006 [16]; Lacomme, Prins, Ramdane-Chérif,

2005 [3]; Chu, Labadi, Prins, 2005 [15]; Ghiani Et Al., 2005 [17]; Chu, Labadi, Prins, 2004a[14]; Zhang Et Al., 2016 [13]; Lacomme, Prins, Ramdane-Chérif, 2002c [12]; Lacomme, Prins, Ramdane-Chérif, 2002b [11]; Chu, Labadi, Prins, 2003 [22]; Marzolf, Trépanier, Langevin, 2006 [5]; Kansou, Yassine, 2009[20]; Batista, Scarpin, 2014 [18]; Batista, Scarpin, 2015 [19].

A classificação taxonômica pode levantar vários aspectos dos problemas estudados. Dois níveis são usados em [25] levando em consideração aspectos físicos do problema e a abordagem de resolução adotada. A classificação taxonômica do PCARP irá abordar os seguintes aspectos dos trabalhos acadêmicos: período, horizonte de tempo, natureza do serviço, roteirização, dimensão da frota, frequências, rigor da demanda, natureza do grafo, foco e método de resolução.

A demanda é uma das características mais influentes do PCARP, porém não será aqui abordada diretamente. “Na prática, custos de serviços são derivados das demandas ... a demanda (e consequentemente, o custo de serviço) frequentemente dependem do período” [1, p. 539]. A demanda geralmente é classificada como sendo estocástica ou determinística. Na estocástica ou probabilística a demanda se alteraria conforme uma probabilidade, na prática quase todos os problemas são assim porém não são tratados como tais. Em todos os trabalhos acerca do PCARP a demanda é abordada de forma determinística, por mais que ela se altere ao longo do horizonte de tempo, sempre pode ser calculada e então conhecida a priori. Em virtude da não aplicação de demandas probabilísticas na literatura, resolvemos não abordá-la na classificação taxonômica. Além disso a demanda interfere nos períodos e na maneira que as frequências são estabelecidas.

#### A. Período

O período é a primeira característica que classifica o PCARP em [3], [11], [12], dividindo-o em duas classes (A e B). Porém, a partir de agora será atribuído um nome mais representativo a classificação dos períodos e as classes desconstruídas por incompatibilidade com outros trabalhos. Na classificação prévia, a Classe A representa problemas cuja a demanda de um arco não resulta de uma acumulação de produção diária. O período em que o serviço será executado não depende da demanda e dos custos, isso é, “a demanda de cada arco (e seu custo de serviço) serão os mesmos para qualquer dia de serviço” [3], [11], [12]. A partir dessa definição da Classe A, aproveitar-se-á apenas a característica de independência, o fato da demanda e custo serem os mesmos para qualquer dia de serviço será explorado como característica do serviço que foi proposta em [4]. Já a Classe B engloba problemas em que o período de atendimento do arco é influenciado por uma produção diária que está relacionada a cada dia, ou ainda, o período depende da demanda e dos custos. Por exemplo, a demanda da coleta de lixo é cada vez maior sempre que o lixo não é coletado, pois a produção de lixo é contínua.

O período pode ser classificado como dependente (D) ou independente (I). Independente para os problemas que já

tem frequências pré-estabelecidas e as demandas não sofrem um acúmulo, ou seja, todos os fatores que influenciam no atendimento de um arco estão implícitos. Já os dependentes são usados quando a demanda sofre um acúmulo devido ao decorrer do tempo e isso interfere diretamente na resolução do problema, por exemplo, um caminhão de lixo receberá uma carga maior quanto maior for o espaço entre coletas influenciando em sua capacidade.

#### B. Horizonte de tempo

As abordagens do PCARP utilizam um início e fim bem definidos, porém o problema pode ser caracterizado como cíclico ou acíclico. A nomenclatura de cíclico e acíclico é utilizada desde as primeiras publicações [3], [11], [12] para a Classe B, contudo sua definição se contradiz em alguns aspectos e trabalhos posteriores não se apropriam dos termos. O Problema de Roteirização de Estoques tem uma classificação de horizonte de tempo bem definida em [24, p. 35], esse atributo pode ser classificado como infinito ou finito: “Um horizonte finito implica na resolução do PRE em um espaço limitado de tempo, como um ano, um mês ou uma semana, onde a fração temporal pode ser mensal, semanal ou diária.” e “Já o horizonte temporal infinito está associado a planejamento com padrões de entrega que se repetem, mas não estão necessariamente limitados por um período mais extenso.”.

A classificação como acíclica (A) aqui será relacionada com horizonte finito. O início e fim são bem definidos, e as decisões de roteamento tomadas servem apenas para o período estipulado. Os problemas cíclicos (C), são relacionados com um horizonte de tempo infinito. A definição de problemas cíclicos é baseada no fato de que o horizonte de tempo se repete indefinidamente quando olha-se para o futuro, a cada horizonte de tempo as decisões de roteamento devem ser idênticas. Tem-se então um horizonte de tempo rolante que pode ser deslocado o quanto necessário.

#### C. Serviços

Todo PCARP consiste em atendimentos a arcos, ou melhor, serviços ou tarefas que devem ser executados durante uma travessia. O trabalho de [4] se apropria da classificação dos períodos independentes e dependentes proposta em [3], [11], [12], porém abandona a subclassificação de problemas acíclicos e cíclicos e define conceitos de serviços regulares e irregulares para as classes A e B. Essa característica é mantida para classificar o PCARP.

Um horizonte de tempo é formado por períodos, e um subconjunto formado por períodos específicos é chamado de subperíodo. Por exemplo, um horizonte de tempo de uma semana pode ser subdividido em dois subperíodos: dias úteis e final de semana. Ou ainda, uma semana pode ser dividida em sete subperíodos ou períodos que representam cada dia da semana.

Os serviços regulares (R) estão associados a uma única frequência que engloba todo o horizonte de tempo, ou ainda, uma mesma frequência para cada subperíodo desde que

todos os subperíodos tenham o mesmo tamanho. É também quando se tem as periodicidades bem definidas que nunca se alteram. Por exemplo, a coleta de lixo deve ser feita duas vezes na semana, ou um arco deve ser atendido a cada 3 dias.

Os serviços irregulares (I) ocorrem quando existe diferentes frequências para cada subperíodo, ou ainda, frequências iguais para subperíodos de tamanhos diferentes. Por exemplo, se considerado um horizonte de tempo de uma semana, sendo ela dividida em fim de semana e dias úteis, existe uma frequência distinta para cada uma dessas subdivisões.

#### D. Roteirização

O Problema de Roteirização de Estoques é um dos problemas que categoriza os trabalhos acadêmicos segundo a sua roteirização [24], [23]. A maior parte dos Problemas de Roteirização de Veículos utilizam-se do depósito como lugar de início e fim de rotas e como armazéns centrais de onde os produtos são distribuídos, em contrapartida existem os *Pick-up and Delivery Problem (PDP)* no qual não existe um depósito central e as rotas são feitas a partir de clientes para clientes (problema comum em casos marítimos) [23]. O roteamento é classificado em três casos no PRE. Direta, múltiplas visitas e contínuo. O Roteamento Direto não ocorre no PCARP, pois é o caso em que um fornecedor entrega seus produtos diretamente para um cliente e volta para seu ponto de partida. O Roteamento com múltiplas visitas é o roteamento mais comum abordado no PCARP, um veículo visita mais de um cliente por viagem começando e terminando a rota em um depósito. Já o PDP é caracterizado por sua rota ser contínua, sem início e sem fim, sem a obrigatoriedade de voltar a um depósito. A roteirização do PCARP então será subdividida em múltiplas visitas (M) ou contínua (C).

#### E. Dimensão da frota

A dimensão da frota visa simplesmente classificar o PCARP em virtude da quantidade de veículos disponíveis para a resolução do problema, podendo ser de três maneiras diferentes: um veículo (U), múltiplos veículos (M) ou irrestrito (I).

Um veículo, a frota composta por apenas um veículo que deve atender todos os arcos requeridos. Múltiplos veículos, frotas compostas por mais de um veículo devem atender as demandas da melhor maneira possível, ou ainda, dada uma frota disponível o menor número de veículos deve ser usado. Irrestrito é caracterizado pelo problema em que o tamanho da frota não é conhecida a priori e deseja-se, em geral, descobrir o número mínimo de veículos para resolver o problema em questão.

#### F. Frequência

A frequência é uma característica marcante em todos os trabalhos, sua definição influencia muito em como o problema será atacado. A forma como é tratada pode buscar tonar a resolução do problema mais simples, porém limitando o espaço de busca. Em [3] a resolução do PCARP

parte do pressuposto que as decisões estratégicas já foram tomadas, e a forma como uma frequência é traduzida para os modelos é muito importante, pois afetará as decisões táticas e operacionais. A demanda influencia completamente a frequência, lembrando que pode depender do período ou da data do atendimento anterior. A frequência já foi abordada de quatro formas distintas no desenvolvimento dos trabalhos: simples (S), combinação de dias (C), intervalo de tempo (I) e dinâmica (D).

A frequência ou frequência de serviço é a quantidade de vezes que uma tarefa deve ser executada ao longo do horizonte de tempo. A frequência simples segue a definição de frequência, também pode ser atribuída para quando utilizam-se subperíodos. A frequência simples é um número associado a um intervalo de tempo que pode ser menor ou igual ao horizonte de tempo. Em [4], as demandas são associadas aos subperíodos criados na forma de frequência, por exemplo uma vez durante os dias úteis e uma vez no final de semana, nesse caso, os atendimentos devem ser maiores ou iguais que as frequências. A frequência total de cada arco pode ser obtida através da soma de todas as frequências associadas aos subperíodos do respectivo arco.

A grande maioria dos trabalhos utiliza restrições referentes ao espaço de tempo entre serviços que podem ser duas: combinação de dias e periodicidade. A forma da combinação de dias é a mais utilizada quando trata-se do PCARP, isso pelo fato de existirem duas grandes vantagens: um espaço de tempo entre atendimentos é implicitamente satisfeito e os cálculos de demanda podem ser antecipados [11], [12], [15].

O funcionamento da combinação de dias consiste em selecionar para cada arco requerido, tarefa ( $u$ ), uma combinação de dias de atendimento de forma que as demandas sejam atendidas. Cada tarefa é associada a uma lista  $comb(u)$  que contém combinações de dias em que seria possível fazer os atendimentos. Por exemplo, dado um horizonte de tempo de uma semana (7 dias) para a coleta de lixo, uma combinação de atendimentos possível para uma determinada rua ( $u$ ) poderia ser de coletas segundas, quartas e sextas ou terças, quintas e sábado, isso geraria 2 itens para a lista  $comb(u)$ . O problema então consiste na designação de uma combinação de dias para cada tarefa, logo após é feito um roteamento para cada dia no qual as tarefas previstas (selecionadas através da designação) são atendidas.

As restrições com intervalos de tempo específicos estão relacionadas a periodicidade. Periodicidade é o período previsto entre dois acontecimentos sucessivos. A frequência tratada com intervalos de tempo, periodicidade, consiste na definição de um mínimo espaço de tempo entre a execução de cada tarefa e/ou um máximo espaço de tempo. A utilização da periodicidade forma um problema mais complexo de ser resolvido do que quando tem-se a combinação de dias, isso acontece pois o espaço de busca de soluções acaba sendo limitado quando os dias são previamente selecionados.

Por fim, a mais atual abordagem da frequência na literatura é uma abordagem dinâmica. A frequência dinâmica não pré-definir espaços entre serviços nem uma

quantidade de vezes necessária para atender cada arco. As demandas acabam de uma forma ou de outra dependendo sempre do período de atendimento, quanto mais tempo um arco demora para ser atendido, maior é a sua demanda. Nesse caso, a frequência é estabelecida como um resultado do problema resolvido, ou seja, próprio modelo indicará quantas vezes um arco deverá ser atendido. A frequência em sua definição não é usada e sim obtida através das necessidades, ou melhor, as frequências variam conforme o tamanho do horizonte de tempo e os critérios que definem a demanda. Essa abordagem é usada em [7]–[9].

#### G. Rigor da demanda

Os problemas podem tentar minimizar a quantidade de carros ou ter a quantidade de carros pré-estabelecida, porém sempre tentam ocupar as suas capacidades da melhor forma. Quando um carro está com sua capacidade em 100% em um dado período significa que ele não pode mais fazer atendimentos nesse período, logo seria necessário uma frota maior. Porém, pode ocorrer da demanda em um dado período ser menor que em outro, então o atraso de um atendimento pode se tornar benéfico, pois a quantidade de carros poderia ser melhor aproveitada se postergando um atendimento.

Algumas abordagens permitem que um serviço seja atrasado ao custo de uma punição, para esses estabelecemos o rigor da demanda como flexível (F). Em outras abordagens não é permitido que ocorra atraso algum, isso pode ocorrer até mesmo implicitamente quando a frequência é estabelecida como uma combinação de dias, para esses diz-se que o rigor da demanda é rígido (R).

#### H. Grafo

Outro fator que interfere na criação de um modelo que representa a realidade é o grafo. Eles podem ser direcionados (D) ou não direcionados (ND), também chamados de orientados ou não orientados respectivamente. Alguns autores utilizam a terminologia de arcos e arestas, sendo que arcos são ligações que tem sentido e arestas não, porém aqui não será feita essa diferenciação pois o problema tem em sua nomenclatura a palavra arco e é abordado tanto em grafos direcionados como não direcionados.

Um grafo não direcionado pode modelar apenas vias de mão dupla, sendo que toda tarefa pode ser feita em qualquer direção inclusive se for necessário atendimentos dos dois lados da via (coleta bilateral) [3]. Em contrapartida, muitos problemas precisam ser modelados com grafos direcionados como no caso da coleta de lixo em vias de mão única.

A classificação de grafos poderia ser estendida para outros tópicos como multigrafos, onde podem existir arestas paralelas que retratariam melhor alguns problemas. Isso não será feito, pois a modelagem final sempre acaba recaindo na discussão de ser direcionado ou não. Em geral, quando trabalhado com problemas não direcionados, cada aresta é convertida em dois arcos com direções opostas. Muitos dos trabalhos ainda ressaltam que podem ser aplicados para qualquer tipo de grafo, porém usam grafos não direcionados

em seus testes. Em [20] tem-se referência a grafos misto, porém aqui é considerado como direcionado.

#### I. Foco

Os trabalhos podem ter basicamente dois focos: aplicável (A) ou teórico (T). Em geral, todos os trabalhos citam aplicações. As aplicações dão sentido ao desenvolvimento das pesquisas e exemplificam bem os propósitos de modelos matemático, suas restrições e variáveis. Em algumas pesquisas o foco principal é dado a alguma aplicação, nesses trabalhos a aplicação é bem descrita e acaba gerando novos modelos e novas formas de resolução, esses trabalhos são classificados como foco aplicável. Em contrapartida, mas não menos importante, outros trabalhos acabam tendo foco puramente teórico que acaba se baseando em formulações matemáticas, técnicas de resolução e comparações, esses são classificados como teóricos.

#### J. Abordagem de resolução

Todo trabalho visa alcançar resultados que sejam representativos para suas aplicações, no entanto a maneira como esses resultados são alcançados diferencia um trabalho do outro. Três formas de abordagem de resolução são usadas para classificar os trabalhos: exata (E), heurística (H), ambas (A).

Os trabalhos que são classificados com abordagem exata são os que basicamente respeitam completamente as formulações matemática e são resolvidos através de algum solver ou algoritmo iterativo que vá em busca da solução ótima. Podendo ela chegar na solução ótima ou não, como no caso de pegar uma solução incumbente após um longo período de resolução. Outros trabalhos classificados assim também são os que visam fazer provas matemáticas para definir, por exemplo, o lower bound de um problema.

A abordagem heurística é uma abordagem através de algum algoritmo que busca soluções muito boas, porém não consegue garantir sua otimalidade. Problemas que são subdivididos e resolvido de maneira exata em suas subdivisões são classificados como heurístico, pois não necessariamente geram a melhor solução para o problema como um todo.

A classificação de ambas ocorre quando em um mesmo trabalho é proposta sua formulação matemática e ela é resolvida por algum algoritmo exato e também por métodos heurísticos. Muitas vezes apenas instâncias muito pequenas podem ser resolvidas e heurísticas são propostas, esses trabalhos também são classificados como ambas. Alguns outros trabalhos chegam a desenvolver modelos ou parte deles sem tentar resolvê-los de forma exata, abordando-os heurísticamente, esses são classificados como heurísticos.

## IV. CLASSIFICAÇÃO DOS TRABALHOS

Como exposto na seção anterior, ao todo foram exploradas 10 características a serem usadas na classificação dos trabalhos. Em resumo, são elas:

- *Período*: dependente (D) ou independente (I);

- *Horizonte de tempo*: acíclico (A) ou cíclico (C);
- *Serviços*: regulares (R) ou irregulares (I);
- *Roteirização*: múltiplas visitas (M) ou contínua (C);
- *Dimensão da frota*: um veículo (U), múltiplos veículos (M) ou irrestrito (I);
- *Frequência*: simples (S), combinação de dias (C), intervalo de tempo (I) ou dinâmica (D);
- *Rigor da demanda*: flexível (F) ou rígida (R);
- *Grafo*: direcionados (D) ou não direcionados (ND);
- *Foco*: aplicável (A) ou teórico (T);
- *Abordagem de resolução*: exata (E), heurística (H) ou ambas (A).

Os 19 artigos listados no Capítulo III foram estudados e classificados segundo cada uma dessas características e o resultado pode ser encontrado na Tabela I a seguir. A classificação permite avaliar a riqueza de detalhes que o

PCARP pode oferecer, detalhes esses que geralmente acarretam em uma difícil resolução. Alguns padrões podem ser observados: a maior parte dos trabalhos tem demandas dependentes, trabalhando com um horizonte de tempo cíclico, serviços regulares, roteirização múltipla, frota múltipla, frequência utilizando combinação de dias, com rigor de demanda rígido e grafos não direcionados.

## V. CONCLUSÃO

A taxonomia apresentada reúne aspectos muito importantes que devem ser considerados no PCARP. Esses aspectos permitem uma visão global do problema e de sua abrangência. A classificação auxilia de maneira simples a visualização de estudos já realizados e brechas para futuras pesquisas. O fato de ser um tema recente faz com que alguns termos ainda não estejam bem consolidados e esse trabalho vem ao encontro dessa questão. Pesquisadores

**Tabela I - Classificação taxonômica dos trabalhos acerca do PCARP**

Trabalho	Período	Horizonte de tempo	Serviços	Roteirização	Dimensão da frota	Frequências	Rigor da demanda	Grafo	Foco	Abordagem da resolução
ZHANG et al., 2016 [13]	D	C	R	M	I	C	R	ND	T	H
RIQUELME-RODRÍGUEZ; GAMACHE; LANGEVIN, 2016 [8]	D	A	I	M	M	D	F	ND	A	H
BATISTA; SCARPIN, 2015 [19]	I	C	R	C	M	I	F	ND	A	E
RIQUELME-RODRÍGUEZ; GAMACHE; LANGEVIN, 2014b [9]	D	A	I	M	U	D	F	ND	A	A
RIQUELME-RODRÍGUEZ; GAMACHE; LANGEVIN, 2014a [7]	D	A	I	M	M	D	F	ND	A	E
HUANG; LIN, 2014 [10]	I	C	R	M	M	S	R	ND	A	H
BATISTA; SCARPIN, 2014 [18]	I	C	R	C	M	I	F	ND	A	E
MONROY; AMAYA; LANGEVIN, 2013 [4]	I	C	I	M	M	S	R	D	A	A
MEI et al., 2011 [21]	D	C	R	M	I	C	R	ND	T	H
MARZOLF; TRÉPANIER; LANGEVIN, 2006 [5]	I	A	I	M	U	S	R	D	A	H
CHU; LABADI; PRINS, 2006 [16]	D	C	R	M	M	C	R	ND	A	H
LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2005 [3]	D	C	R	M	I	C	R	ND	A	H
GHIANI et al., 2005 [17]	I	C	R	M	U	C	R	ND	T	H
CHU; LABADI; PRINS, 2005 [15]	D	C	R	M	M	C	R	ND	A	A
CHU; LABADI; PRINS, 2004 [14]	D	C	R	M	M	I	R	ND	A	A
KANSOU; YASSINE, 2009 [20]	D	C	R	M	M	C	R	D	T	H
CHU; LABADI; PRINS, 2003 [22]	D	C	R	M	M	C	R	ND	T	E
LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2002b [11]	D	C	R	M	I	C	R	ND	A	H
LACOMME; PRINS; RAMDANE-CHÉRIF, 2002c [12]	D	C	R	M	I	C	R	ND	A	H

de diferentes continentes tratam do assunto e agregam, cada vez mais, mais possibilidades ao problema, porém os termos utilizados nem sempre são padronizados. Até mesmo a nomenclatura de alguns problemas aqui citados poderiam receber diferentes títulos se tal estudo já tivesse ocorrido, fato que facilitaria a divulgação de trabalhos por meio de portais de pesquisas. O PCARP é um problema em aberto que pode ser muito explorado em virtude das diversas aplicações, especialmente em tópicos envolvendo horizonte de tempo acíclico, serviços irregulares e roteirização com movimentos contínuos.

#### AGRADECIMENTOS

A CAPES Reuni pelo apoio financeiro.

#### REFERÊNCIAS

- [1] B. L. Golden and R. T. Wong, "Capacitated Arc Routing Problem," *Networks*, vol. 11, pp. 305–311, 1981.
- [2] H. A. Eiselt, M. Gendreau, and G. Laporte, "Arc Routing Problems, Part II: The Rural Postman Problem," *Oper. Res.*, vol. 43, no. 3, pp. 399–414, 1995.
- [3] P. Lacomme, C. Prins, and W. Ramdane-Chérif, "Evolutionary algorithms for periodic arc routing problems," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 165, pp. 535–553, 2005.
- [4] I. M. Monroy, C. A. Amaya, and A. Langevin, "The periodic capacitated arc routing problem with irregular services," *Discret. Appl. Math.*, vol. 161, pp. 691–701, 2013.
- [5] F. Marzolf, M. Trépanier, and A. Langevin, "Road network monitoring: algorithms and a case study," *Comput. Oper. Res.*, vol. 33, no. 12, pp. 3494–3507, Dec. 2006.
- [6] G. V. Batista, "PROPOSTA DE UM MODELO MATEMÁTICO PARA O PROBLEMA DE ROTEAMENTO EM ARCOS CAPACITADO E PERIÓDICO," Universidade Federal do Paraná, 2014.
- [7] J.-P. Riquelme-Rodríguez, M. Gamache, and A. Langevin, "Periodic capacitated arc-routing problem with inventory constraints," *J. Oper. Res. Soc.*, vol. 65, no. 12, pp. 1840–1852, 2014.
- [8] J.-P. Riquelme-Rodríguez, M. Gamache, and A. Langevin, "Location arc routing problem with inventory constraints," *Comput. Oper. Res.*, vol. 76, pp. 84–94, 2016.
- [9] J.-P. Riquelme-Rodríguez, M. Gamache, and A. Langevin, "Adaptive Large Neighborhood Search for the Periodic Capacitated Arc Routing Problem with Inventory Constraints," *Networks*, vol. 47, no. 1, pp. 26–36, 2014.
- [10] S. Huang and T. Lin, "Using Ant Colony Optimization to solve Periodic Arc Routing Problem with Refill Points," no. January 2015, pp. 37–41, 2014.
- [11] P. Lacomme, C. Prins, and W. Ramdane-Chérif, "Evolutionary Algorithms for Multiperiod Arc Routing Problems," in *9th Int. Conf. on Information Processing and Management of Uncertainty in Knowledge-Based systems*, 2002, pp. 1–8.
- [12] P. Lacomme, C. Prins, and W. Ramdane-Chérif, "Planning Problems in Arc Routing," in *Actes de PMS 2002 (EURO Working Group on Project Management and Scheduling)*, 2002, pp. 232–235.
- [13] Y. Zhang, Y. Mei, K. Tang, and K. Jiang, "Memetic algorithm with route decomposing for periodic capacitated arc routing problem," *Appl. Soft Comput. J.*, pp. 17–21, 2016.
- [14] F. Chu, N. Labadi, and C. Prins, "THE PERIODIC CAPACITATED ARC ROUTING PROBLEM LINEAR PROGRAMMING MODEL, METAHEURISTIC AND LOWER BOUNDS," *J. Syst. Sci. Syst. Eng.*, vol. 13, no. 4, pp. 423–435, 2004.
- [15] F. Chu, N. Labadi, and C. Prins, "Heuristics for the periodic capacitated arc routing problem," *J. Intell. Manuf.*, vol. 16, no. 2, pp. 243–251, 2005.
- [16] F. Chu, N. Labadi, and C. Prins, "A Scatter Search for the periodic capacitated arc routing problem," *Eur. J. Oper. Res.*, vol. 169, pp. 586–605, 2006.
- [17] G. Ghiani, R. Musmanno, G. Paletta, and C. Triki, "A heuristic for the periodic rural postman problem," *Comput. Oper. Res.*, vol. 32, no. 2, pp. 219–228, Feb. 2005.
- [18] G. V. Batista and C. T. Scarpin, "Comparison between two mathematical models for problems in monitoring and inspection of arcs," *Int. Ref. J. Eng. Sci.*, vol. 3, no. 6, pp. 19–24, 2014.
- [19] G. V. BATISTA and C. T. SCARPIN, "PROBLEMA DE ROTEAMENTO EM ARCOS CAPACITADO E PERIÓDICO APLICADO A UM CONTEXTO REAL," *Rev. Produção Online*, vol. 15, no. 3, pp. 1080–1098, 2015.
- [20] A. Kansou and A. Yassine, "Ant Colony System for the Periodic Capacitated Arc Routing Problem," in *International Network Optimization Conference*, 2009, pp. 1–7.
- [21] Y. Mei, S. Member, K. Tang, and X. Yao, "A Memetic Algorithm for Periodic Capacitated Arc Routing Problem," vol. 41, no. 6, pp. 1654–1667, 2011.
- [22] F. Chu, N. Labadi, and C. Prins, "Lower bounds for the Periodic Capacitated Arc Routing Problem," in *Odyssey 2003 (2nd Int. Workshop on Freight Transportation and Logistics)*, 2003, pp. 27–30.
- [23] H. Andersson, A. Hoff, M. Christiansen, G. Hasle, and A. Løkketangen, "Industrial aspects and literature survey: Combined inventory management and routing," *Comput. Oper. Res. Res.*, vol. 37, no. 9, pp. 1515–1536, 2010.
- [24] T. A. Guimarães, "ABORDAGEM DETERMINÍSTICA E ESTOCÁSTICA NA FORMULAÇÃO DE POLÍTICAS DE DISTRIBUIÇÃO POR LOTE ECONÔMICO DE ENTREGA, EM PROBLEMAS DE ROTEIRIZAÇÃO COM ESTOQUE GERENCIADO PELO FORNECEDOR E SISTEMA LOGÍSTICO EM TRÊS NÍVEIS," Universidade Federal do Paraná, 2015.
- [25] R. B. Lopes, C. Ferreira, and B. Sousa, "A taxonomical analysis, current methods and objectives on location-routing problems," *Int. Trans. Oper. Res.*, vol. 0, pp. 1–29, 2013.
- [26] B. Eksioglu, A. V. Vural, and A. Reisman, "The vehicle routing problem: A taxonomic review," *Comput. Ind. Eng.*, vol. 57, no. 4, pp. 1472–1483, 2009.