

Análise Comparativa entre Modelagem Numérica e Analítica de uma Barragem de Concreto

Comparação entre os campos de tensões, deformações e deslocamentos obtidos via Método dos Elementos Finitos e via Teoria da Elasticidade Linear

Rezende C. W. A., da Silva K. V., Imai A. P.,
Vicentini D. F.

PPGECC
Universidade Federal do Paraná
Curitiba, Brasil

cw.rezend@gmail.com, vieira.karina@hotmail.com.br,
ana_imai@hotmail.com, vicentini@ufpr.br

Scremin J.J.

PPGECC
Universidade Federal do Paraná
Depto. Eng. Civil
Universidade Positivo
Curitiba, Brasil

jjscremin@gmail.com

Resumo - Este trabalho tem como objetivo contrastar os campos de tensões, deformações e deslocamentos de uma barragem com geometria simplificada em concreto considerando o carregamento de peso próprio e da força hidrostática oriunda da lâmina d'água a montante. A análise foi realizada por meio da formulação analítica (teoria da elasticidade com aplicação das funções de Airy) e pelo método dos elementos finitos através da versão educacional do *software* ANSYS. Os resultados obtidos são comparados de modo a detectar diferenças significativas entre os métodos de modelagem.

Palavras-chave — barragem; tensões; deformações, Elementos Finitos.

I. INTRODUÇÃO

Barragens são estruturas que ao romper provocam diversos danos tanto sociais como econômicos. Assim sendo, o estudo das tensões e deformações que ocorrem no corpo de uma barragem é de fundamental importância para o dimensionamento deste tipo de estrutura de modo a garantir que os carregamentos atuantes sejam resistidos.

Para tal fim, existem diversos métodos e softwares aplicáveis ao processo e o presente trabalho tem por objetivo comparar a abordagem clássica da Teoria da Elasticidade Linear com a utilização do Método dos Elementos Finitos (MEF) empregando a versão educacional do *software* ANSYS.

II. COMPOSIÇÃO DO MODELO

Considera-se como principais carregamentos atuantes em uma barragem o peso próprio e a pressão hidrostática. A distribuição destes carregamentos deve ser conformada de modo a favorecer a estabilidade do maciço da barragem.

Segundo [1], estruturalmente o perfil transversal deverá satisfazer a duas principais condições: as tensões atuantes devem estar dentro de limites pré-estabelecidos e devem proporcionar estabilidade para o corpo da barragem, suportando o deslizamento na fundação.

Dado o uso da versão educacional do *software* elencado, que apresenta limitações quanto ao número de nós possíveis de serem empregados, foi adotado um modelo de barragem com geometria simplificada e de pequeno porte conforme apresentado por Timoshneko [2] e esboçado na Figura 1.

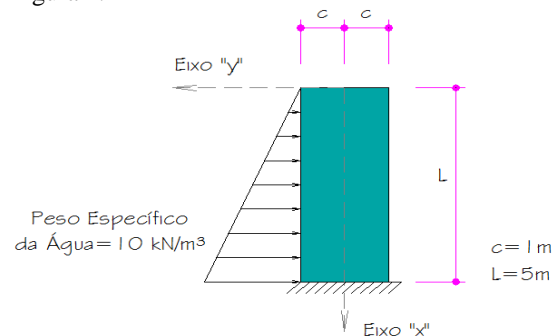


Figura 1 – Modelo simplificado adotado para o corpo da barragem..
Fonte: Autores(2016).

O modelo adotado é, portanto, um modelo bidimensional em estado plano de deformações composto de uma seção transversal retangular de altura $L = 5\text{m}$ e espessura total de 2m ($c = 1,0\text{m}$). O sistema de eixos adotado é indicado na Figura 1, sendo a pressão hidrostática aplicada a montante e representada por uma carga triangular variando do valor 0kN/m^2 em $x = 0$ e chegando a 50kN/m^2 na base ($x = 5\text{m}$), resultante do peso específico da água considerado como sendo 10kN/m^3 .

O peso específico do maciço de concreto da barragem foi assumido como sendo de 25kN/m^3 , seu modo de elasticidade foi tomado como $E = 12 \times 10^6\text{kN/m}^2$ e a base do maciço foi modelada como sendo engastada na fundação.

O modelo numérico foi composto por elementos finitos estruturais planos lineares com limitação de estado plano de deformação e dimensão de $0,25\text{m} \times 0,25\text{m}$ somando ao todo 160 elementos e 169 nós.

III. PROCEDIMENTOS DE CÁLCULO

A modelagem via Teoria da Elasticidade, ou analítica, foi feita empregando um polinômio de 6º grau em duas variáveis (Eq. 1) restringido para satisfazer as condições de uma Função de Airy (Eq. 2). A partir deste, foram obtidos os campos de tensões via aplicação das condições de contorno fortes de forças superficiais nas faces esquerda onde $y = c$ e face direita onde $y = -c$ (Eq. 3), e as condições de contorno fracas de tensões nulas na face de topo e reação de apoio de momento e cortante na base (Eq. 4):

$$f(x, y) = C1x^2 + C2xy + C3y^2 + C4x^3 + C5x^2y + C6xy^2 + C7y^3 + C8x^4 + C9x^3y + C10x^2y^2 + C11xy^3 + C12y^4 + C13x^5 + C14x^4y + C15x^3y^2 + C16x^2y^3 + C17xy^4 + C18y^5 + C19x^6 + C20x^5y + C21x^4y^2 + C22x^3y^3 + C23x^2y^4 + C24xy^5 + C25y^6 \quad (1)$$

$$F(x, x) = C2xy + C1x^2 + C3y^2 + \left(-C20 - \frac{3}{5}C22\right)xy^5 + (-3C12 - 3C8)x^2y^2 + \left(-\frac{15}{2}C19 - \frac{1}{2}C23\right)x^4y^2 + (-5C13 - C15)xy^4 + C23x^2y^4 + C22x^3y^3 + C19x^6 + C20x^5y + C16x^2y^3 + C15x^3y^2 + C14x^4y + C13x^5 + \left(\frac{1}{2}C19 - \frac{1}{10}C23\right)y^6 + \left(-\frac{1}{5}C14 - \frac{1}{5}C16\right)y^5 + C11xy^3 + C9x^3y + C8x^4 + C12y^4 + C4x^3 + C7y^3 + C6xy^2 + C5x^2y \quad (2)$$

onde C1 ao C25 são os coeficientes do polinômio a serem determinados.

$$\begin{aligned} \sigma_{xx}(x, -c) = \sigma_{yy}(x, -c) = \tau_{xy}(x, -c) = 0; \\ \sigma_{xx}(x, c) = \tau_{xy}(x, c) = 0; \\ \sigma_{yy}(x, c) = -qx; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \int_{-c}^c \sigma_{xx}(0, y) dy = \int_{-c}^c \sigma_{yy}(0, y) dy = \int_{-c}^c \tau_{xy}(0, y) dy = 0; \\ \int_{-c}^c \sigma_{xx}(L, y) \cdot y dy = \frac{qL^3}{6}; \int_{-c}^c \tau_{xy}(L, y) dy = \frac{qL^2}{2}; \end{aligned} \quad (4)$$

Após os campos de tensões serem obtidos e confirmados com os resultados de Timoshenko [2], foi aplicada a relação constitutiva de material homogêneo linear da Teoria da Elasticidade obtendo-se os campos de tensões, e por integração destes, em conjunto com a aplicação das condições contorno da base, foram obtidos os campos de deslocamentos nos eixos x e y conforme abaixo.

Na modelagem via *software* de MEF foram adotados os mesmos parâmetros geométricos e físicos do problema, porém, a solução empregada partiu inicialmente dos campos de deslocamentos e por derivações sucessivas foram obtidos os campos de deformações e tensões. Isto caracterizou que os procedimentos de cálculo seguiram sentidos inversos.

IV. RESULTADOS

Para compilação de resultados dos modelos foram extraídos os valores de tensão e deslocamento na face à montante da barragem ($y = 1,00$), e no eixo central ($y = 0,00$), ao longo de linhas horizontais dispostas nas alturas $x = [0,00, 1.25, 2.50, 4.50, 4.75, 5,00]$.

Alguns dos resultados são apresentados a seguir:

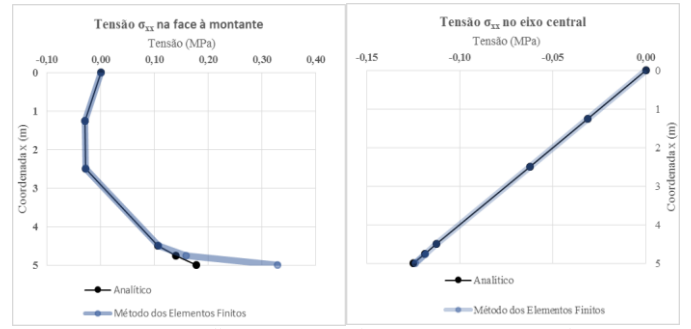


Figura 2 – Tensões na direção “X” nos eixos à montante e central

De acordo com a Figura 2, pode-se observar uma boa correlação entre as soluções analítica obtida via MEF, com exceção dos valores de tensão na base da barragem.

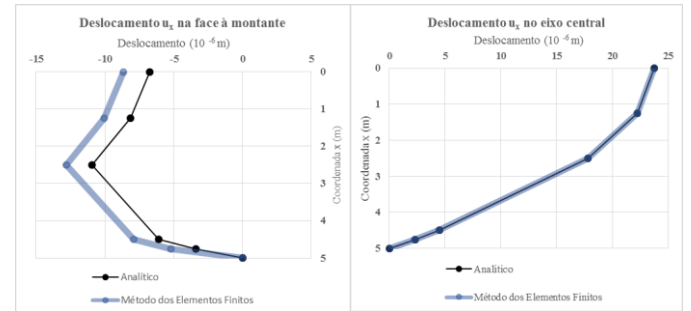


Figura 3 – Deslocamentos na direção “X” nos eixos à montante e central

Na Figura 3, é possível apontar a aproximação entre os valores de deslocamento no eixo central. No eixo da face de montante, observa-se uma diferença nos valores de deslocamentos.

V. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Como ressaltado nas referências [2], [3] e [6] conforme o princípio de Saint-Venant, o efeito da restrição de deslocamentos na base é negligenciável em grandes distâncias a partir desta. Porém, na própria base, onde faz-se necessária a restrição de todos os deslocamentos, o campo de tensões não satisfaz esta condição de restrição. Para o modelo estudado analiticamente, são cerca de 10 a 15% maiores do que a tensão obtida via MEF, onde a solução do problema parte das condições de deslocamento.

A solução analítica partiu das tensões para obter sequencialmente deformações e deslocamentos, o que notoriamente fez com que os últimos resultados acumulassem maiores erros. Exemplo disto está no fato dos deslocamentos no eixo “X” do modelo analítico serem muito próximos dos obtidos via MEF no eixo central do bloco, porém com variações na face de montante.

REFERÊNCIAS

- [1] D. Gutstein, “Estudo das tensões em fundações de barragens de gravidade de concreto pelo método de elementos finitos”. Universidade federal de Santa Catarina, 2003.
- [2] Timoshenko S. P., Goodier J.N. Theory of Elasticity, McGraw- Hill, New York, 1951.
- [3] A.F. Bower, “Applied Mechanics of Solids”, CRC Press, 2010.
- [4] J.R.Barber. “Elasticity, Solid Mechanics And its Applications”, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, 1992.